Koexistenz

Als Koexistenz sei das zeitlich relativ stabile Miteinander von Konkurrenten in einem Biotop verstanden. Koexistenz setzt im deterministischen Bild entweder ***räumliche Trennungen*** (als Folge inhomogener Bedingungen) oder ***nichtlineare Wechselwirkungen*** voraus.

Ein Exkurs in die „Realität“

Inhomogene Bedingungen gestatten die Migration benachteiligter Spezies in den Lebensraum von Konkurrenten aus ihren „vorteilhaften“ Lebensräumen. Dort unterliegen die immigrierten Individuen den überlegenen Konkurrenten.

Unter stationären Fließbedingungen (Immigration gleich Extinktion) kann sich jedoch eine stationäre von Null verschiedene Konzentration/Population des jeweils benachteiligten Konkurrenten im „Feindesland“ einstellen (Kanonenfutter).

Die Beschreibung erfolgt zweckmäßigerweise über parabolische DGL (als RWP; in praxi meist nur RWB, die keine geschlossenen Lösungen mehr gestatten, da sich die Umweltbedingungen i. A. nichtlinear ändern.)
D. h. alle Parameter der PDGL sind in komplizierter Weise ortsabhängig.

Zurück zur schönen Theorie

Nichtlineare Wechselwirkungen der einzelnen Spezies mit- und untereinander um die in Konkurrenz genutzten Ressourcen bilden eine notwendige Voraussetzung für Koexistenz unter ***homogenen*** Bedingungen.

O.B.d.A seien die folgenden Ausführungen auf zwei um die sich mit der Rate Φ reproduzierende Ressource A konkurrierende Sorten X_i gemacht.

Verwendet wird eine einfache rückgekoppelte Wachstumsbeziehung mit Rückkopplung (Endprodukthemmung)

$$\dot{X}_i = k_i \cdot A \cdot X_i - k_{ii} X_i^2 - q_i X_i$$

$$\dot{A} = \Phi - \sum_{i=1}^{i_{max}} \left(k_i \cdot A \cdot X_i - k_{ii} \cdot X_i^2 \right)$$

mit

A ... Ressource (Gras für Herbivora; Hasen für Carnivora; Mensa-Essen für Studenten usw.)

Φ ... Ressourcenzufluss

X_i ... Spezie i (Abundanz, Konzentration etc.)

k_i ... Reproduktionskoeffizient von $A \rightarrow X_i$

k_{ii} ... Hemmungskoeffizient der Spezie X_i (durch Populationsdruck)

q_i ... Mortalität von X_i

Zuerst interessiert die Bedingung für die Etablierung der Spezies. Dazu fasst man die linearen Terme in den Ratengleichungen für X_i zur ***initialen Reproduktionsrate*** $\boldsymbol{C_i \cdot X_i}$ zusammen

$$C_i \cdot X_i = \left(k_i \cdot A \cdot - q_i\right) \cdot X_i$$

Die positive initiale Reproduktion von X_i stellt eine ***hinreichende*** Bedingung für die Etablierung der Specie X_i dar. Da die Koeffizienten k_i und q_i i. A. speziesspezifisch sind, existiert also eine kritische minimale Ressourcen-konzentration zum Etablieren der Sorte X_i

$$C_i > 0 \quad \text{bzw.} \quad A > \frac{q_i}{k_i}$$

Unterschreitet A diesen kritischen Wert, so wird die Spezie X_i aus dem System extinktiert („auskonkurriert“).
Da sich in Abhängigkeit der dynamischen Beziehungen in einem Gemisch von unterschiedlich effizienten Species verschiedene stationäre Zustände A^S von A einstellen, erkennt man, daß alle Sorten, deren initiale Reproduktion für A^S positiv ist, im System verbleiben, alle andereren Species werden auskonkurriert.

$$A^S = \frac{\Phi + \sum_{i=1}^{1} q_i^{\ 2} \cdot k_i^{-1}}{\sum_{i=1}^{1} q_i \cdot k_i \cdot k_{ii}^{-1}},$$

Dabei ist nur der minimale Wert A^S aller möglichen Kombinationen stabil*).

Ein Beispiel für liefern Versuche in geschlossenen Gefäßen mit C_3 und C_4 pflanzen (C-Menge limitiert!), bei denen durch die bei niedrigen CO_2-Konzentrationen noch immer effektiv positive Photosynthese der C_4-Pflanzen die CO_2-Konzentration unter den Kompensationspunkt der C_3-Pflanzen ausgedünnt wird. Dadurch werden die C_3-Pflanzen faktisch ausgehungert und sterben ab.

*) Die Anzahl m aller zu überprüfenden Kombinationen wird später ermittelt

$$m = \sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} - 1 = \sum_{p=1}^{n} \binom{n}{p}$$